Теория 5. Какая точка называется блуждающей?

студентка 2 курса магистратуры Кобзева В.М.

21 декабря 2020 г.

Какая точка называется блуждающей?

Рассмотрим систему $x' = X(x)$, где $X \in \mathbb{C}^1$ (непрерывно дифференцируемая функция) определена в замкнутой ограниченной области $G \subset \mathbb{R}^n$, границы которой состоят из $(n-1)$-мерных поверхностей без контакта с векторным полем, ориентированных внутрь G.

Множество называется замкнутым, если оно содержит все свои предельные точки.

Область называется ограниченной, если существует круг на плоскости или шар в пространстве, содержащий данную область.

Замкнутая, ограниченная область называется компактом.

Следовательно для любой точки $x_0 \in G$ положительная полутраектория $x(t, x_0)$ определена при любой начальной точке x_0.

Положительная полутраектория – это множество

$$\{x \in G : x = X(t, x_0), t \in T, t > 0.\}$$

Какая точка называется блуждающей?

Определение.

Точка x_0 называется блуждающей, если у нее существует такая окрестность $U(x)$, что при некотором $T > 0$ при всех $t \geq T$ выполняется $U(x) \cap x(t, U) = \emptyset$.

Здесь $x(t, U) = U\left(x(t, \xi)\right), \quad \xi \in U$.

Это означает, что все точки окрестности $U(x)$ начиная с некоторого момента T покидают навсегда окрестность $U(x)$.

Из определения следует, что каждая точка $\xi \in U$ также является блуждающей, поэтому множество всех блуждающих точек открыто (Открытое множество — это множество, каждый элемент которого входит в него вместе с некоторой окрестностью). Кроме того, легко видеть, что если точка x_0 — блуждающая, то точка $x(t, x_0)$ также блуждающая для любого t.

Из открытости множества блуждающих точек вытекает, что его дополнение – множество неблуждающих точек M_1 замкнуто.